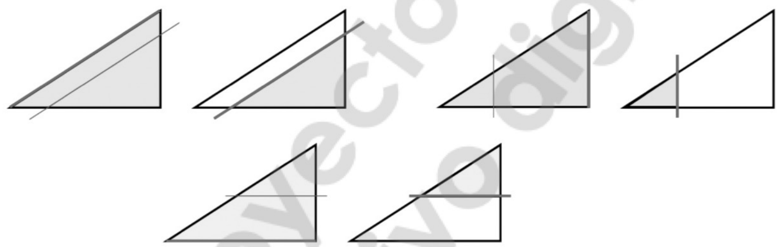
2. Teorema de Tales

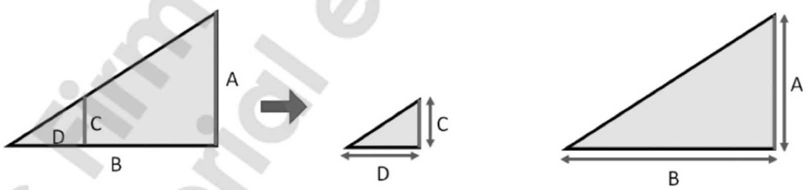
Tales (624-528 a. C.) fue un filósofo griego que nació en Mileto. En su juventud visitó Egipto y quedó sorprendido del tamaño de las pirámides de Giza. Entonces, al desear saber cuál era su altura, terminó innovando y creando su teorema.

Teorema de Tales

"Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtiene un triángulo que es semejante al triángulo dado".



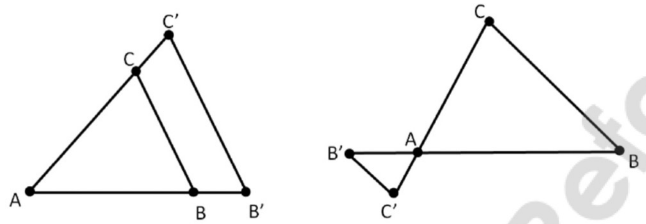
En cada uno de los casos, se muestra el cumplimiento del teorema de Tales porque los triángulos que se forman con las líneas paralelas son **semejantes** al triángulo original. De este modo, el cociente entre los lados A y B es igual al cociente de los lados C y D. Se dice, entonces, que dos triángulos son semejantes cuando sus ángulos son iguales y sus lados son proporcionales.



$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

Así pues, una figura es semejante a la otra si ambas tienen la misma forma, pero distinto tamaño, como se muestra en las figuras anteriores. La semejanza se obtiene al multiplicar todos y cada uno de los lados de la primera figura por el mismo número o razón de semejanza para obtener la segunda.

Dos triángulos están en posición de Tales si dos lados de los triángulos están en las mismas semirrectas de origen común o prolongaciones y el tercer lado de uno de los triángulos es paralelo al tercer lado del otro. Así, dos triángulos en posición de Tales son semejantes.



I. PROPORCIONALIDAD DE TRIÁNGULOS

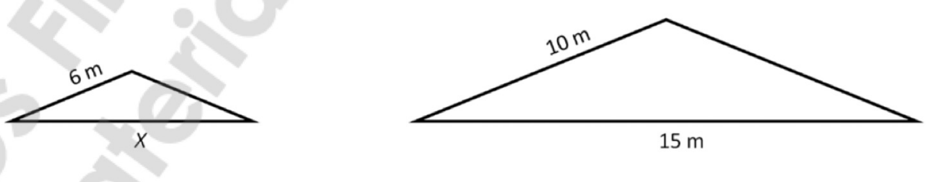
Para conocer la proporción de dos triángulos, hay que recordar que la ***razón*** entre dos cantidades es el cociente indicado entre ellas. La razón de *A* y *B* se escribe y se lee “A es a B”. La ***proporción*** es la igualdad entre dos razones, que se lee: “A es a B como C es a D”. En este caso, A y C se llaman antecedentes, mientras que B y D se denominan consecuentes. La propiedad fundamental de la proporción indica que el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

Extremos
Medios

$$\frac{\mathbf{A}}{B} = \frac{C}{\mathbf{D}}$$

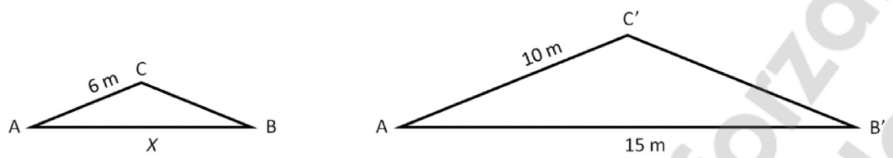
Ejemplo

Un aficionado de patinaje compró dos rampas para hacer piruetas. La base de la primera rampa mide 15 m y la superficie lateral mide 10 m de largo, mientras que la superficie lateral de la segunda rampa mide 6 m de largo. Si ambas rampas tienen los mismos grados de inclinación con respecto a la base, ¿cuál es la medida de la base de la segunda rampa?



Solución:

Asigna símbolos a los vértices de la figura.



Anota la proporción y sustituye valores.

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} \quad \Rightarrow \quad \frac{X}{15} = \frac{6}{10}$$

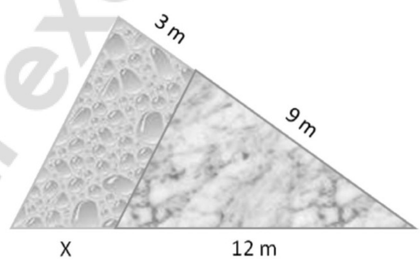
$$(X)(10) = (15)(6) \quad \Rightarrow \quad (X)(10) = 90 \quad \Rightarrow \quad X = \frac{90}{10} \quad \Rightarrow \quad X = 9$$

Comprueba el resultado.

$$\frac{X}{15} = \frac{6}{10} \quad \Rightarrow \quad \frac{9}{15} = \frac{6}{10} \quad \Rightarrow \quad 0.6 = 0.6$$

Ejercicios

1. **En un patio de forma triangular, una sección es alberca y la otra es piso. La longitud del lado norte de la alberca es de 3 m y la longitud del piso es de 9 m. Si el lado sur del piso mide 12 m, ¿cuál es la longitud del lado sur de la alberca?**

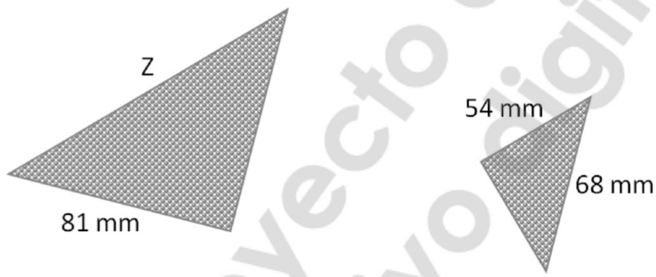


A 4.0 m   B 4.1 m   C 4.3 m   D 4.5 m

2. **La base de un recogedor de basura mide 20.5 cm y su lado posterior 13.4 cm. ¿Cuánto mide la base de otro recogedor cuyo lado inferior mide 14.2 cm?**

A 7.66 cm B 8.42 cm C 9.28 cm D 21.72 cm

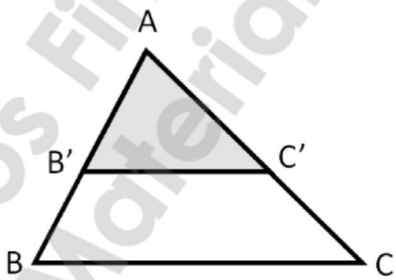
3. **Mónica hizo galletas de dos tamaños, como se muestra en la imagen. ¿Cuánto mide el lado Z de la galleta más grande?**



A 95.5 mm B 98.0 mm C 100.5 mm D 102.0 mm

II. SEMEJANZA

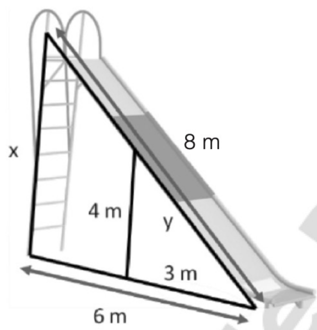
Si los lados correspondientes de dos triángulos son proporcionales, entonces los triángulos son semejantes.



Donde $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$

Veamos un ejemplo para determinar la medida de un lado o segmento de un triángulo:

Un herrero va a reforzar una resbaladilla en la parte media, como se muestra en la figura. ¿Cuáles son las medidas de los segmentos *x* y *y*?

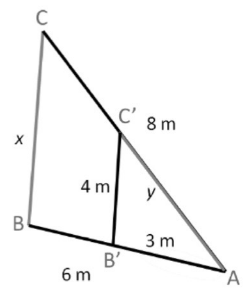


Primero. Lee detenidamente el problema y observa la figura.

Segundo. Identifica las líneas o los segmentos desconocidos, así como los vértices, y asigna una letra en caso de que no esté en el ejercicio (diferente a las que ya existen en la figura).

Tercero. Anota las relaciones de los cocientes y sustituye los valores.

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'} \qquad \frac{6}{3} = \frac{8}{y} = \frac{X}{4}$$



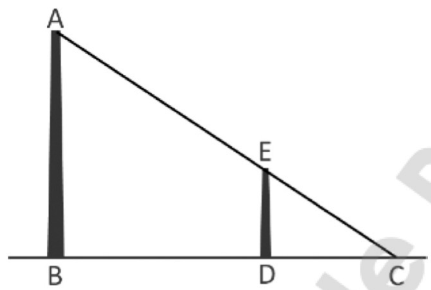
Cuarto. Realiza las operaciones.

$$\frac{6}{3} = \frac{X}{4}$$
$$(3)(x) = (6)(4)$$
$$3x = 24$$
$$x = \frac{24}{3}$$
$$x = 8$$

$$\frac{8}{y} = \frac{6}{3}$$
$$(6)(y) = (8)(3)$$
$$6y = 24$$
$$y = \frac{24}{6}$$
$$y = 4$$

Ejercicios

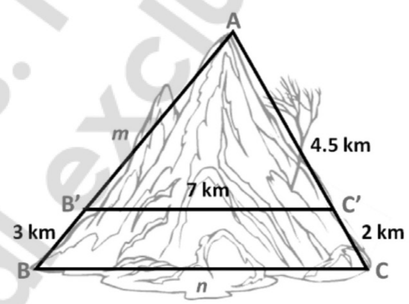
1. **Un ingeniero equilibró el peso de un poste colocando otro poste más pequeño tensado con cuerda de acero. A su vez, este poste lo tensó del piso, como se muestra en la figura.**



¿Cuál de las siguientes afirmaciones NO es correcta?

- A El triángulo ABC es semejante al triángulo CDE.
- B El cociente de BC/AC es igual al cociente de DC/EC.
- C El segmento EC es semejante al segmento CD.
- D La línea AB es paralela a la línea DE.

2. **Lorena desea conocer la longitud de la pendiente *m* y de la base *n* de la montaña.**



¿Cuáles son los valores (en km) de *m* y *n*?

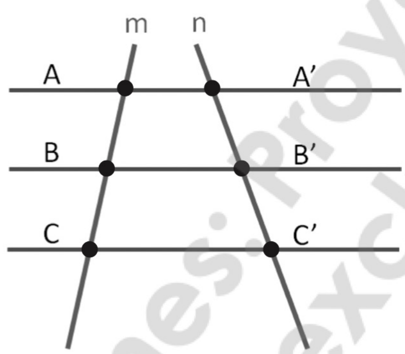
- A m=4.97, n=7.51
- B m=5.55, n=9.17
- C m=6.75, n=10.11
- D m=7.47, n=12.67

3. **Observa las siguientes figuras y elije la afirmación correcta.**

A Ambos triángulos son semejantes porque comparten un ángulo recto.
B Los triángulos no son semejantes porque no tienen lados proporcionales.
C El triángulo menor se deriva del triángulo mayor por sus líneas paralelas.
D El triángulo mayor no es semejante al menor porque es un triángulo rectángulo.

III. TEOREMA DE TALES Y LAS RECTAS

“Si dos rectas cualesquiera se cortan por varias rectas paralelas, los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra”.



Donde $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$